PITAGORAS ACADEMIA

EJERCICIOS CLASE - GEOMETRÍA

CAPÍTULO: GEOMETRÍA DEL ESPACIO
TEMA: ESFERA – TEOREMA DE PAPPUS Y GULDING
PRODUCTO: UNI – INTERMEDIO 3
PROFESOR: MARCO ALMERCO

01. Una esfera es tangente a las bases y a la superficie lateral de un cilindro de revolución de volumen 54π. En dicha esfera se desea calcular el área del huso esférico correspondiente a una cuña esférica de volumen π.

A) $4\pi/5$
B) $7\pi/3$
C) 2π
D) π
E) 3π

02. Se interseca una superficie esférica, de radio R=1 m, por 2 planos paralelos entre sí y equidistantes del centro. Si el área de la zona esférica es la suma de las áreas de las regiones de las dos secciones determinadas, entonces la distancia (en m) entre los planos es:

A) $\sqrt{2}-1$
B) $2(\sqrt{2}-1)$
C) $3(\sqrt{2}-1)$
D) $3-\sqrt{2}$
E) $3-2\sqrt{2}$

03. Se tiene una cuña esférica inscrita en un prisma triangular regular, tal que una arista lateral de éste coincida con la arista de la cuña y que el huso de ésta sea tangente a la cara opuesta de dicha arista, si el volumen del prisma es V, entonces el volumen de la cuña es:

A) $\pi V\sqrt{3}/4$
B) $2\pi V\sqrt{3}/9$
C) $\pi V\sqrt{3}/6$
D) $\pi V\sqrt{3}/8$
E) $\pi V\sqrt{3}/9$

04. Halle el volumen del sólido generado al girar una región triangular isósceles ABC (AB=BC=5 y AC=6) alrededor de una recta $\overleftrightarrow{L}$ que pasa por el vértice A y es paralela a la altura $\overline{BH}$.

A) 24π
B) 48π
C) 64π
D) 72π
E) 96π

05. Una región limitada por un hexágono regular de lado L gira alrededor de uno de sus lados. Halle el volumen del sólido engendrado.

A) $5\pi L^3/2$
B) $9\pi L^3/2$
C) $4\pi L^3$
D) $6\pi L^3$
E) $8\pi L^3$

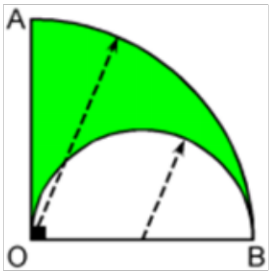
06. La región triangular ABC gira alrededor de la recta L que pasa por los puntos medios M y N, de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ respectivamente. Si el volumen que genera la región MBN es 20, calcular el volumen generado por la región AMNC.

A) 20
B) 40
C) 60
D) 80
E) 100

07. Determine a qué altura de la Tierra debe ubicarse un satélite para que la región visible sea 1/3 de la superficie terrestre; considere que el radio de la Tierra es R.

A) R/4
B) R
C) 3R/2
D) 2R
E) 3R (EX UNI 2019-2)

08. Si OB=4, calcular la distancia del centro de gravedad de la región sombreada hacia $\overline{OB}$.



A) 3
B) $\sqrt{3}$
C) π
D) $9/\pi$
E) $8/\pi$

09. En un semicírculo cuyo radio mide R cm, se inscribe un triángulo rectángulo ABC ($\overline{AC}$ es diámetro) tal que al girar alrededor de la hipotenusa genera un sólido, cuyo volumen es la mitad del volumen de la esfera generada por dicho semicírculo. Entonces el área de la superficie esférica es al área de la región triangular ABC como:

A) $8\pi/3$
B) 3π
C) 4π
D) $16\pi/3$
E) 8π (EX UNI 2013-2)

10. Dada una región triangular ABC, calcular la razón entre los volúmenes de los sólidos generados por la rotación de dicha región alrededor de $\overline{AC}$ y alrededor de $\overline{BP}$ // $\overline{AC}$.

A) $1/3$
B) $1/4$
C) $2/3$
D) $3/4$
E) $1/2$

PARA EL ALUMNO:

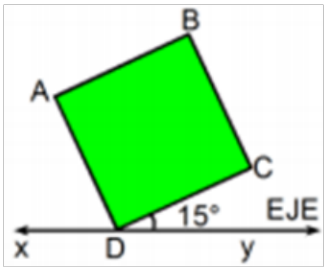
01. En una superficie esférica se inscribe un cono de revolución, cuya base divide a la superficie esférica en 2 casquetes cuyas áreas están en la relación como 1:3. Si el radio de la superficie esférica mide 8 y el cono se encuentra en el mayor casquete, entonces el volumen (en u^3) del sólido limitado por el cono es:

A) 192π
B) 190π
C) 188π
D) 186π
E) 184π

02. Las bases de un tronco de cono de revolución son dos círculos de radios 3 y 6 unidades respectivamente. Hallar el radio de la esfera circunscrita, si la generatriz mide 5 unidades.

A) $5\sqrt{96}/7$
B) $3\sqrt{97}/8$
C) $5\sqrt{96}/8$
D) $3\sqrt{96}/8$
E) $5\sqrt{97}/8$

03. Calcular el volumen del sólido generado por la región cuadrada ABCD al girar 360° alrededor del eje coplanar xy. (AB=L)

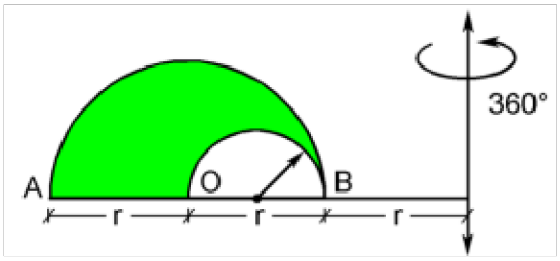


A) $\pi L^3\sqrt{6}/2$
B) $L^3\sqrt{6}/3$
C) $\pi L^3\sqrt{6}/4$
D) $L^3\sqrt{6}/2$
E) $\pi L^3\sqrt{6}/3$

04. Una región cuadrada ABCD de lado 10 dm se hace girar 360° alrededor de un eje coplanar exterior que pasa por el vértice D y que forma un ángulo que mide 75° con $\overline{CD}$, entonces el volumen del sólido generado (en dm^3) es:

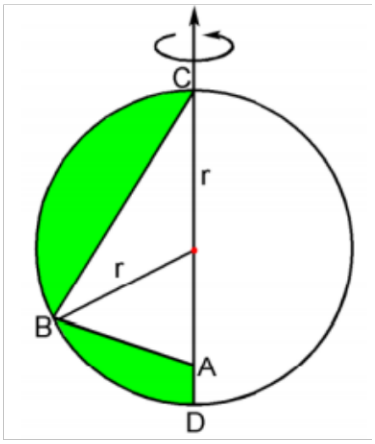
A) $400\pi\sqrt{3}$
B) $450\pi\sqrt{3}$
C) $500\pi\sqrt{3}$
D) $400\pi\sqrt{6}$
E) $500\pi\sqrt{6}$

05. En la figura mostrada, el volumen del sólido generado por la rotación de la región sombreada al girar 360° alrededor del eje es:



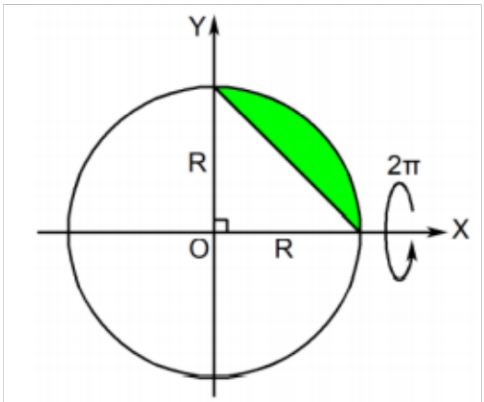
A) $3\pi r^3/8$
B) $13\pi^3 r^3/8$
C) $13\pi^2 r^3/8$
D) $13\pi r^4/8$
E) $11\pi^2 r^5/8$

06. Halle el volumen del solido que se genera al girar la figura sombreada, alrededor del eje diametral $\overline{CD}$, si $m\widehat{BC}$=120, r=$2\sqrt[3]{6}$ y AD=r/4.



A) 43π
B) 37π
C) 32π
D) 30π
E) 25π (EX UNI 2016-2)

07. Determine, en la siguiente figura, el volumen generado al rotar la región sombreada alrededor del eje x.



A) πR^3
B) $\pi R^3/3$
C) $\pi R^3/4$
D) $\pi R^3/6$
E) $\pi R^3/9$ (EX UNI 2012-2)

08. En una circunferencia de diámetro $\overline{AB}$ se tienen las cuerdas $\overline{AC}$ y $\overline{AD}$, tal que AD=3(AC). Al girar los segmentos circulares cuyas cuerdas son $\overline{AC}$ y $\overline{AD}$, alrededor de $\overline{AB}$, determine la razón entre los volúmenes de los sólidos generados.

A) $1/3$
B) $1/8$
C) $1/9$
D) $1/27$
E) $1/81$

09. En una semicircunferencia de diámetro $\overline{AB}$ (AB=10 m). Se ubica el punto medio C del arco AB. Tomando como eje al diámetro se hace girar a la semicircunferencia un determinado ángulo, generando un huso esférico. Calcule el área del huso esférico, si el punto C describe un arco y la cuerda que subtiende dicho arco mide 6 m.

A) $135\pi/8$
B) $155\pi/9$
C) $165\pi/8$
D) $185\pi/9$
E) $205\pi/8$

10. En un rectángulo ABCD, la diagonal $\overline{AC}$ mide 2a y forma con el lado $\overline{AB}$ un ángulo agudo que mide 30. La región rectangular gira alrededor de la recta $\overleftrightarrow{BX}$ paralela al lado $\overline{CA}$. Entonces la razón entre el área de la superficie que genera el rectángulo ABCD y el volumen del sólido generado por la región rectangular ABCD es:

A) $3(3+\sqrt{3})/4a$
B) $2(3+\sqrt{3})/3a$
C) $(3+\sqrt{3})/2a$
D) $(3+\sqrt{3})/3a$
E) $3(3+\sqrt{3})/2a$